

Tentamen Programmacorrectheid, 27 juni 2008

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar. Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties. Behandel de herhalingen met het volledige stappenplan.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg kamer 374.

Opgave 1 (16 %). Gegeven zijn de programmavariabelen $i, k : \mathbb{Z}$.

(a) Gevraagd commando's S en T met

$$\begin{array}{l} \{ i = X \wedge k = Y \} \\ S \\ \{ i = X \wedge k = X - Y \} \\ T \\ \{ i = Y \wedge k = X \} . \end{array}$$

(b) Gevraagd een commando U dat voldoet aan

$$\begin{array}{l} \{ 5 \cdot X - 3 \leq k < 5 \cdot X + 2 \} \\ U \\ \{ k = X \} . \end{array}$$

Opgave 2 (48 %). Gegeven zijn constanten $m, c : \mathbb{Z}$, en een functie $h : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ die sterk stijgend is in zijn eerste argument en zwak dalend is in zijn tweede argument.

Bepaal een commando S ter bepaling van het aantal Z van paren (i, j) met $i \geq 1 \wedge j \geq 1 \wedge i \cdot j \leq m \wedge h(i, j) = c$.

(a: 5 %) Geef een formele specificatie voor commando S .

(b: 25 %) Maak een schets van het te onderzoeken gebied, rekening houdend met de gegeven ongelijkheden. Geef aan waar berg en dal liggen, hoe de hoogtelijn loopt, en waar je het resterende zoekgebied legt. Definieer een functie waar het getal Z mee berekend kan worden. Bepaal recurrente betrekkingen voor deze functie, inclusief basisgeval(len).

(c: 18 %) Bepaal een commando S met tijdscomplexiteit $\mathcal{O}(m)$ dat aan bovenstaande specificatie voldoet.

Opgave 3 (36 %). Gegeven is een array volgens

$$\text{const } n : \mathbb{N}, \quad a : \text{array } [0 \dots n] \text{ of } \mathbb{R} .$$

Bepaal een commando S ter berekening van het minimum van de verschillen $a[i] - a[j]$ voor $i < j$ volgens

$$\text{Min}(a[i] - a[j] \mid i, j : 0 \leq i < j < n) .$$

Gegeven is $n \geq 1$. Je mag de binaire operator **min** en de constanten $+\infty$ en $-\infty$ gebruiken. De tijdscomplexiteit van commando S dient $\mathcal{O}(n)$ te zijn.

Stel eerst recurrente betrekkingen voor relevante functies op. Geef dan een formele specificatie. Leid een geschikte invariant af en bedenk dat je deze desgewenst kunt versterken met hulpinformatie.